

# MODELO ESTOCÁSTICO-DETERMINÍSTICO PARA O DIMENSIONAMENTO OPTIMIZADO DE CONDUTAS FORÇADAS EM APROVEITAMENTOS HIDROELÉCTRICOS

*Júlio F. Ferreira da Silva*  
*Doutor em Engenharia Civil - Hidráulica*  
Departamento Eng.<sup>ª</sup> Civil da Universidade do Minho

*A Engenharia Hidráulica Ambiental deve encontrar soluções racionais e optimizadas para a concepção, o dimensionamento e a gestão dos sistemas dos Sistemas de Utilização da Água*

# 1 - Introdução

Os aproveitamentos hidroeléctricos são empreendimentos onde a redução das perdas de energia nas condutas adutoras gravíticas com funcionamento em pressão tem impacto directo nos resultados económicos.

Sendo a produção de energia eléctrica o principal objectivo destes aproveitamentos, então é racional e economicamente interessante a redução das perdas de energia ao longo de todo o período de vida útil do empreendimento.

Dada a incerteza inerente aos caudais afluentes a um aproveitamento hidroeléctrico e às solicitações de energia eléctrica, então o **objectivo** é estudar os efeitos que estas variabilidades têm na concepção e dimensionamento dos sistemas de transporte de água.

## 2 - Caracterização e quantificação dos Elementos Base

### 2.1 - Caudal de projecto

A definição do caudal de dimensionamento é um problema multi-critério.

*Custo versus Benefícios versus* fiabilidade

### 2.2 - Benefícios / Custos

$$CIA = \left( B_{A0} + B_{A1}D + B_{A2}D^2 \right) \varepsilon_A L \quad CIA = a + cD^b$$

$CIA$  - Custo de investimento na adutora;  $D$  - Diâmetro,  $\varepsilon_A$  - Factor que simula as estratégias comerciais do construtor e a situação do mercado de construção.

$$CIE_{em} = \left( c_{EE_e} + a_{EE_e} Pot^{b_{EE_e}} \right) \varepsilon_{ee} \quad CIE_{em} = \left( c_{EE_e} + a_{EE_e} Q^{\alpha_{EE_e}} H^{\beta_{EE_e}} \right) \varepsilon_{ee}$$

$CIE_{em}$  - Custo de investimento nos equipamentos electromecânicos da central;  $Pot$  - Potência dos grupos turboalternadores;  $Q$  - Caudal;  $H$  - altura de queda;  $\varepsilon_A$  - Factor que simula as estratégias comerciais e a situação do mercado dos equipamentos electromecânicos.

### 3 - Dimensionamento

#### 2.1 - Abordagem teórica para o pré-dimensionamento

$$\begin{cases} H_f = \left( f \frac{L}{D} + \sum K_i \right) \frac{8Q^2}{\pi^2 g D^4} \\ \frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \end{cases}$$

#### 2.2 - Abordagens práticas para o pré-dimensionamento

Admitindo um factor de resistência de  $18 \times 10^{-3}$  e desprezando as perdas de carga localizadas vem:

$$D = 0,272 \left( \frac{L}{h_f} \right)^{0,2} Q^{0,4} \Leftrightarrow D = 0,272 J^{-0,2} Q^{0,4}$$

Admitindo a velocidade mínima de 0,6 m/s vem (Unidades SI):  $D \leq 1,46 Q^{0,5}$

Seguindo a recomendação que indica um valor máximo para a velocidade em função do diâmetro

$$v \leq 2,5 D^{0,2} \quad Q \leq 2,5 D^{0,2} \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow D \geq 0,74 Q^{0,45}$$

### 3.1 - Pré-dimensionamento incluindo o critério económico

O custo anual uniforme do investimento é quantificado por:

$$A_I = C_I \cdot F_{P,R}$$

A anuidade da perda de energia no sistema adutor é quantificada por:

$$A_E = \gamma Q H_f \eta t_a p_e \quad A_E = \gamma \eta \left( f \frac{L}{D} + \sum K_i \right) \frac{8Q^3}{\pi^2 g D^4} t_a p_e$$

$A_E$  - Anuidade da perda de energia (kWh);  $\gamma$  - Peso específico da água (kN/m<sup>3</sup>);  $Q$  - Caudal médio turbinado (m<sup>3</sup>/s);  $H_f$  - Perda de carga na adução (m);  $\eta$  - rendimento do grupo turboalternador;  $t_a$  - tempo anual de funcionamento (h);  $p_e$  - Preço unitário médio da energia (€/kWh).

Como o factor de resistência é ele próprio função do diâmetro então poder-se-á procurar o diâmetro óptimo recorrendo a um método numérico.

Representando a curva soma  $A_I + A_E$  em função de  $D$  ela apresentará um mínimo que corresponderá ao valor de cálculo do diâmetro procurado.

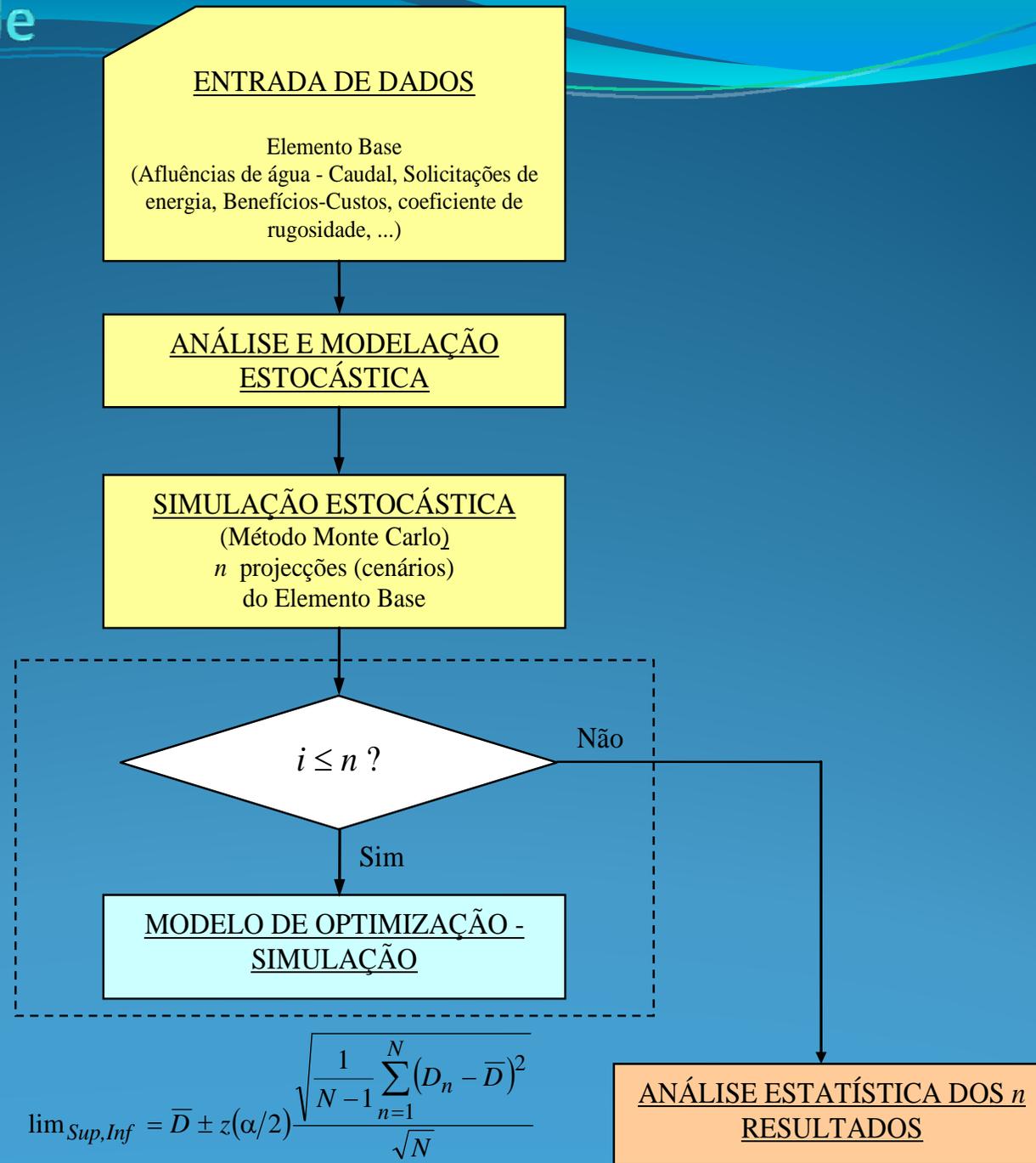
## 4 - Formulação do problema de optimização

$$\begin{aligned} & \text{Optimizar } z = f(D) \\ & \text{sujeito a: } D_{\text{mín}} \leq D \leq D_{\text{máx}} \\ & \quad V_{\text{mín}} \leq V \leq V_{\text{máx}} \\ & \quad \left( \frac{p}{\gamma} \right)_{\text{mín}} \leq \left( \frac{p}{\gamma} \right)_x \leq \left( \frac{p}{\gamma} \right)_{\text{máx}} \end{aligned}$$

Em geral, a função objectivo pode ser traduzir-se em:

$$\text{Max } R_{\text{econ.}} \Leftrightarrow \text{Max}(R_T - C_T)$$

# Metodologia de resolução



## 7 - Aplicações

Pretende dimensionar-se uma conduta gravítica que funcionado em pressão transporte o caudal de projecto  $Q = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ . Considera-se como viscosidade cinemática  $\nu = 1,15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . O comprimento entre a tomada de água e a turbina é  $L = 1000 \text{ m}$  e o desnível disponível de  $20 \text{ m}$ . Admite-se que o somatório dos coeficientes de perda localizada  $\sum K = 30$ . O rendimento global do grupo turboalternador é estimado em  $\eta_G = 80\%$  e o tempo de funcionamento anual da central  $t_a = 7200 \text{ h}$ . Considera-se na análise técnico-económica que o horizonte de projecto é  $n = 30$  anos, que o valor do dinheiro  $r = 5\%$  e que o preço médio da energia  $p_e = 0,05 \text{ €/kWh}$ . A rugosidade de cálculo é  $k = 0,2 \text{ mm}$ . Os custos de instalação podem ser quantificados através da seguinte função:

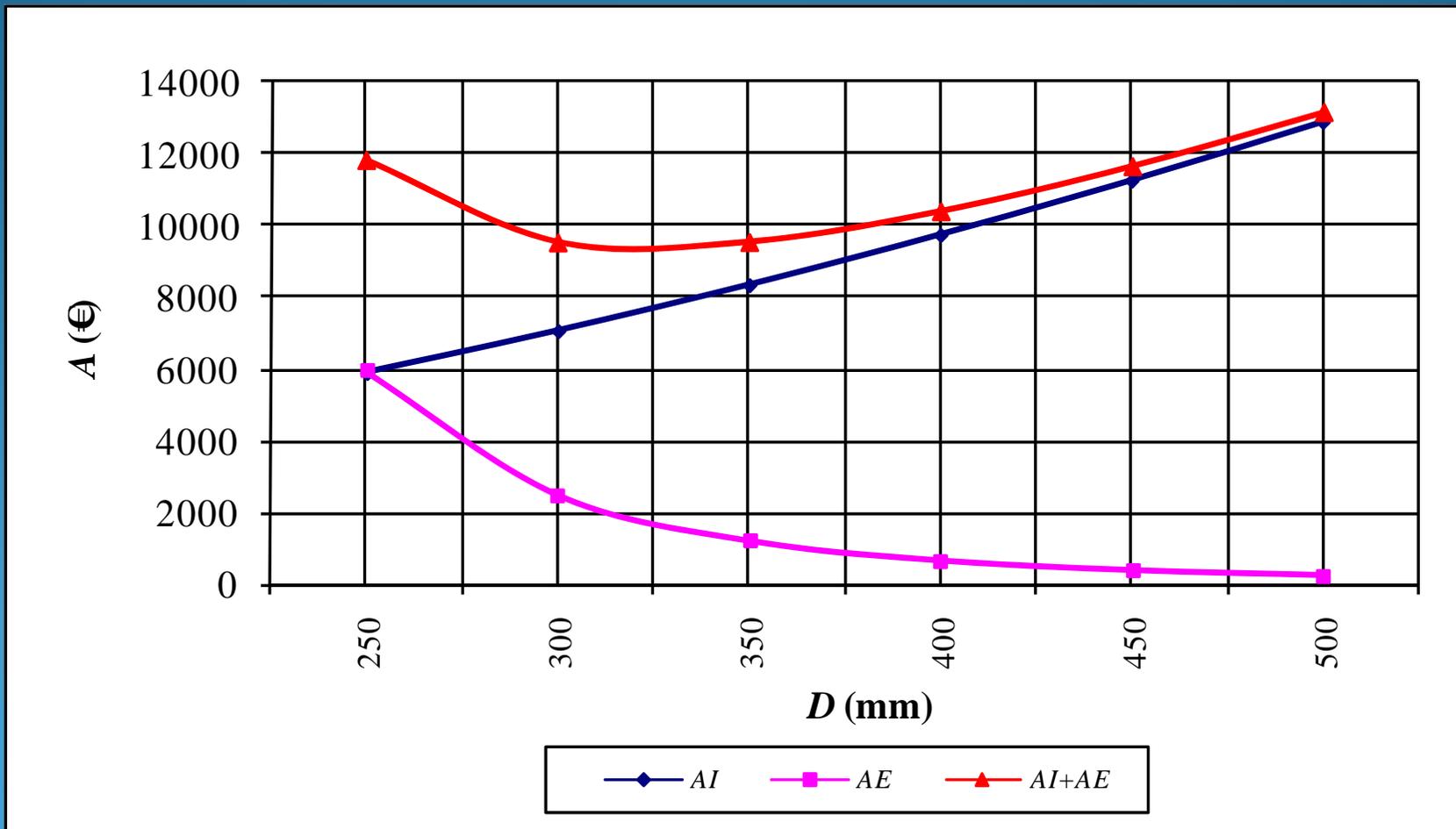
$$CIA = (27,66 + 160,43D + 361,74D^2)\varepsilon_A$$

### 7.1 – Exemplo dimensionamento optimizado determinístico

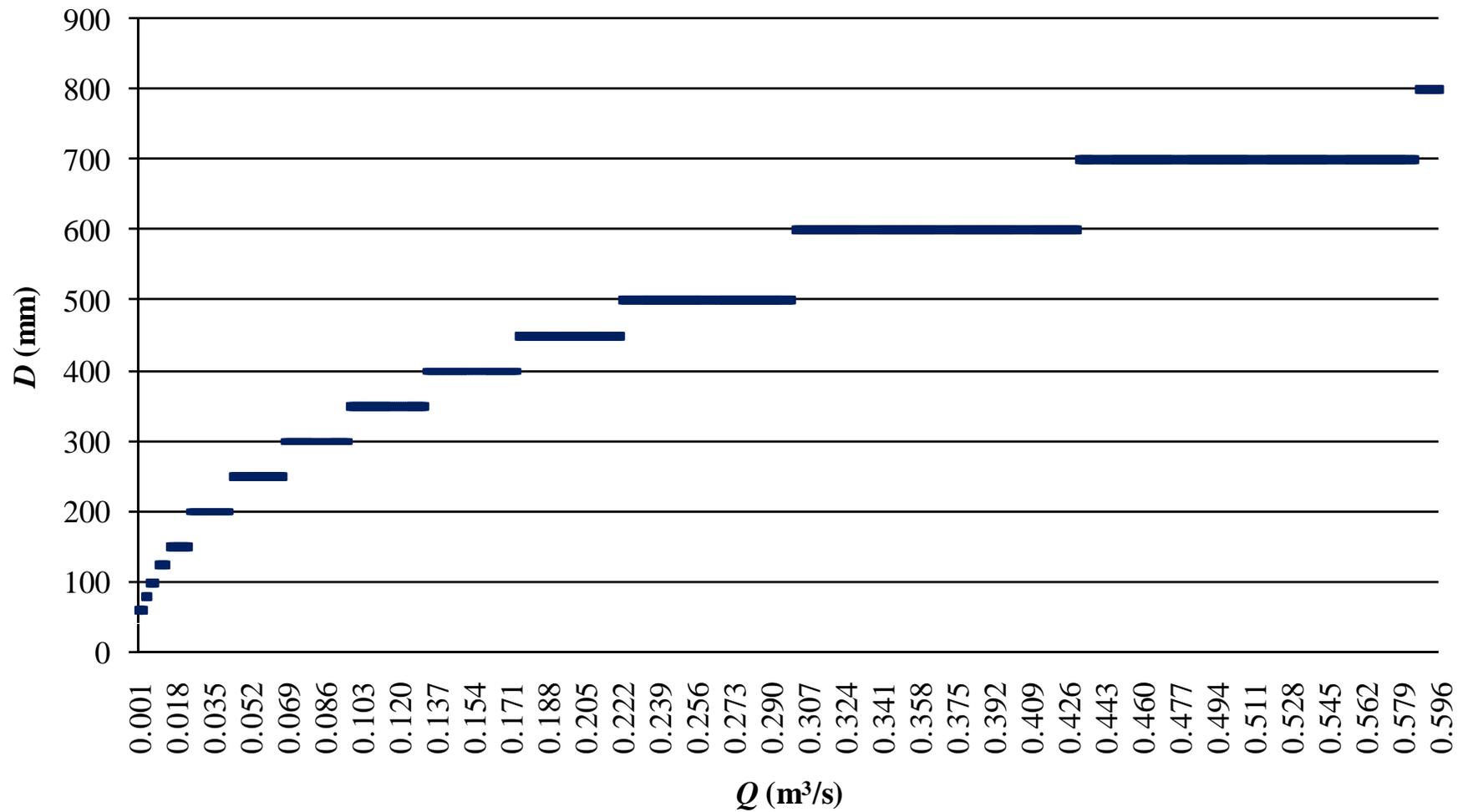
Quadro 1 - Cálculo do diâmetro óptimo usando método do Gradiente Reduzido

$D$	$CIA$	$A_i$	$\nu$	$Re$	$f$	$A_E$	$A_i + A_E$
(m)	(€/m)	(€)	(m/s)			(€)	(€)
0.327	118.83	7729.84	1.19	338,515.99	0.018798	1,784.56	9,514.40

$D$	$CIA$	$A_I$	$A_F$	$A_I+A_F$
(m)	(€/m)	(€)	(€)	(€)
0.300	108.35	7048.04	2689.9466	9,738.0
0.350	128.12	8334.63	1295.94786	9,630.6
0.400	149.71	9738.88	693.700647	10,432.6

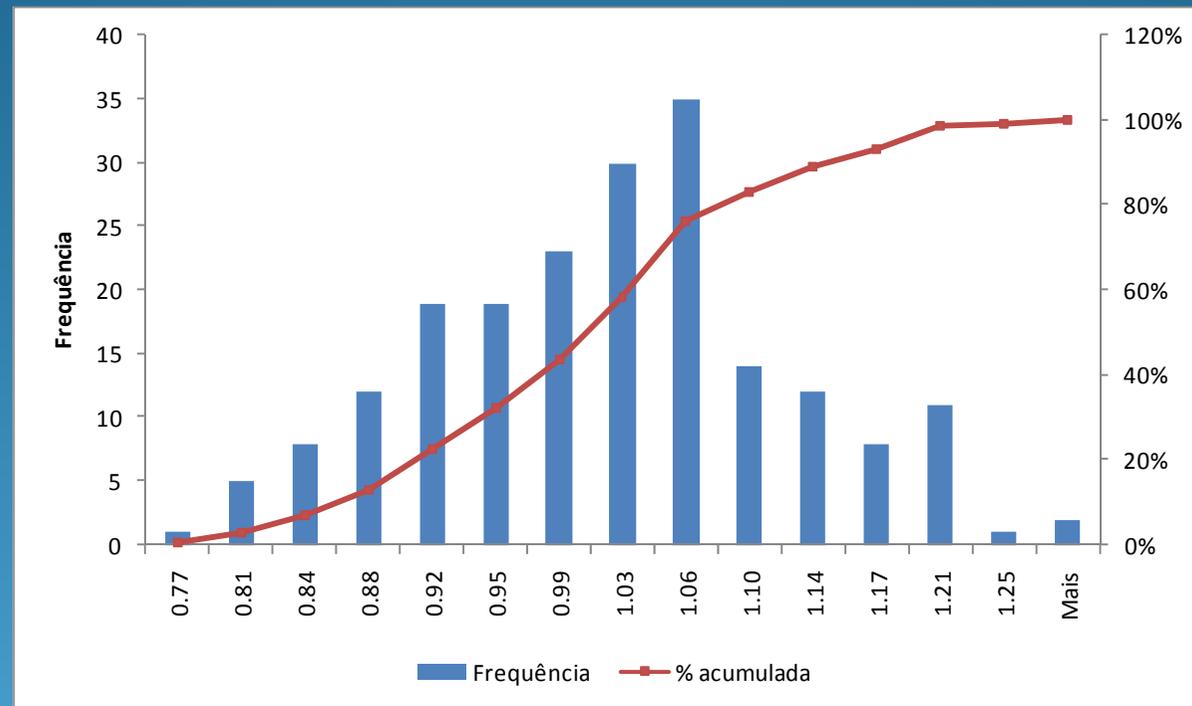


Fazendo correr o programa de cálculo para sucessivos valores de caudal obtém-se o respectivo diâmetro comercial óptimo.



## 7.2 - Dimensionamento otimizado estocástico-determinístico

Na figura seguinte encontra-se o histograma dos 200 valores de coeficientes gerados pelo método de Monte Carlo. A geração foi realizada com um coeficiente de variação (Desvio padrão sobre a média  $Cv=\sigma/\mu$ ) de 10%.



Quadro 3 - Primeiros valores dos 200 gerados para o preço da energia

n.º geração	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_e$ (€/kWh)	0.050	0.044	0.047	0.055	0.049	0.042	0.046	0.046	0.052

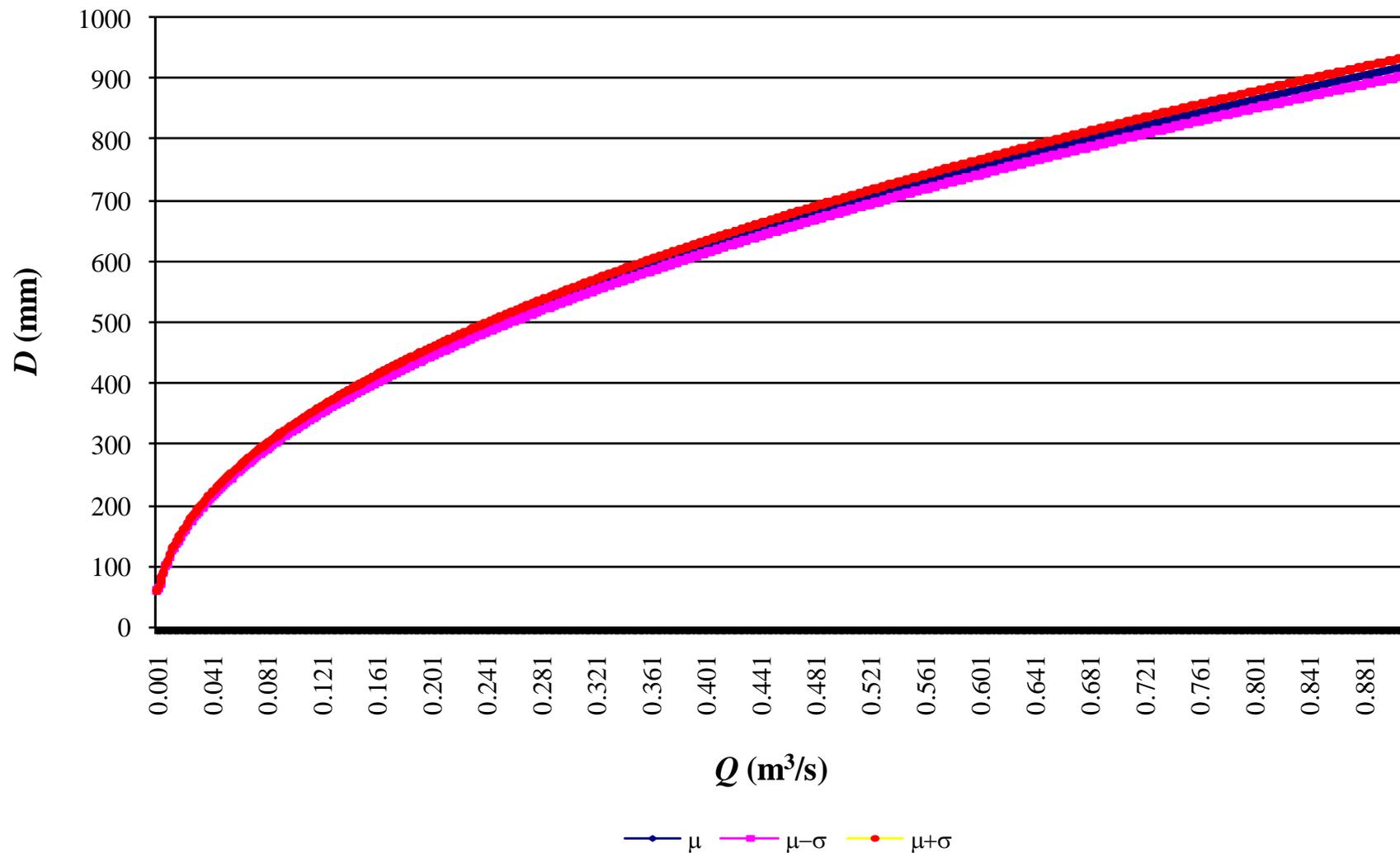


Figura 5 - Valores médios do diâmetro óptimo e limites definidos por  $\mu \pm \sigma$  versus caudal de projecto para 200 simulações do preço da energia

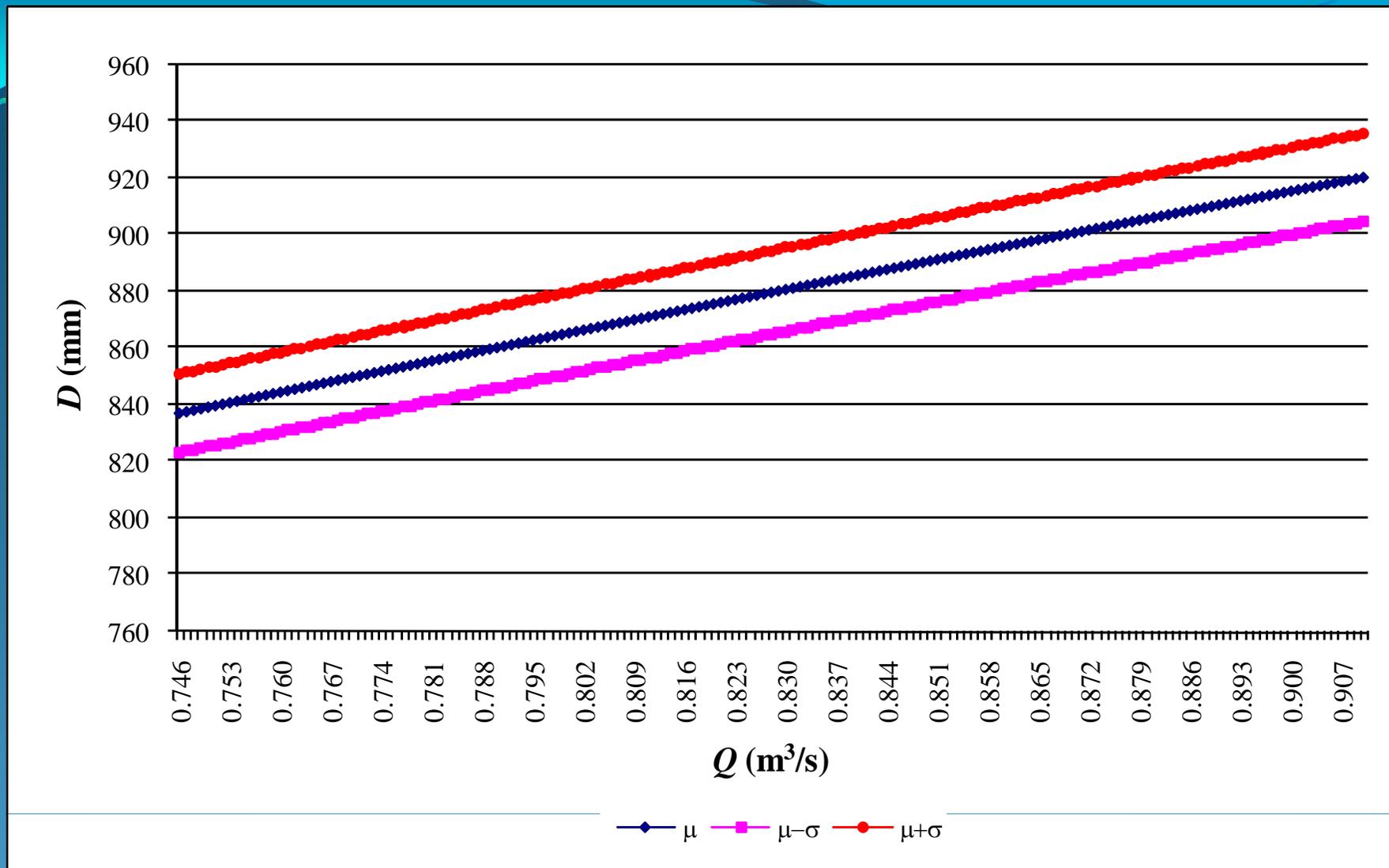
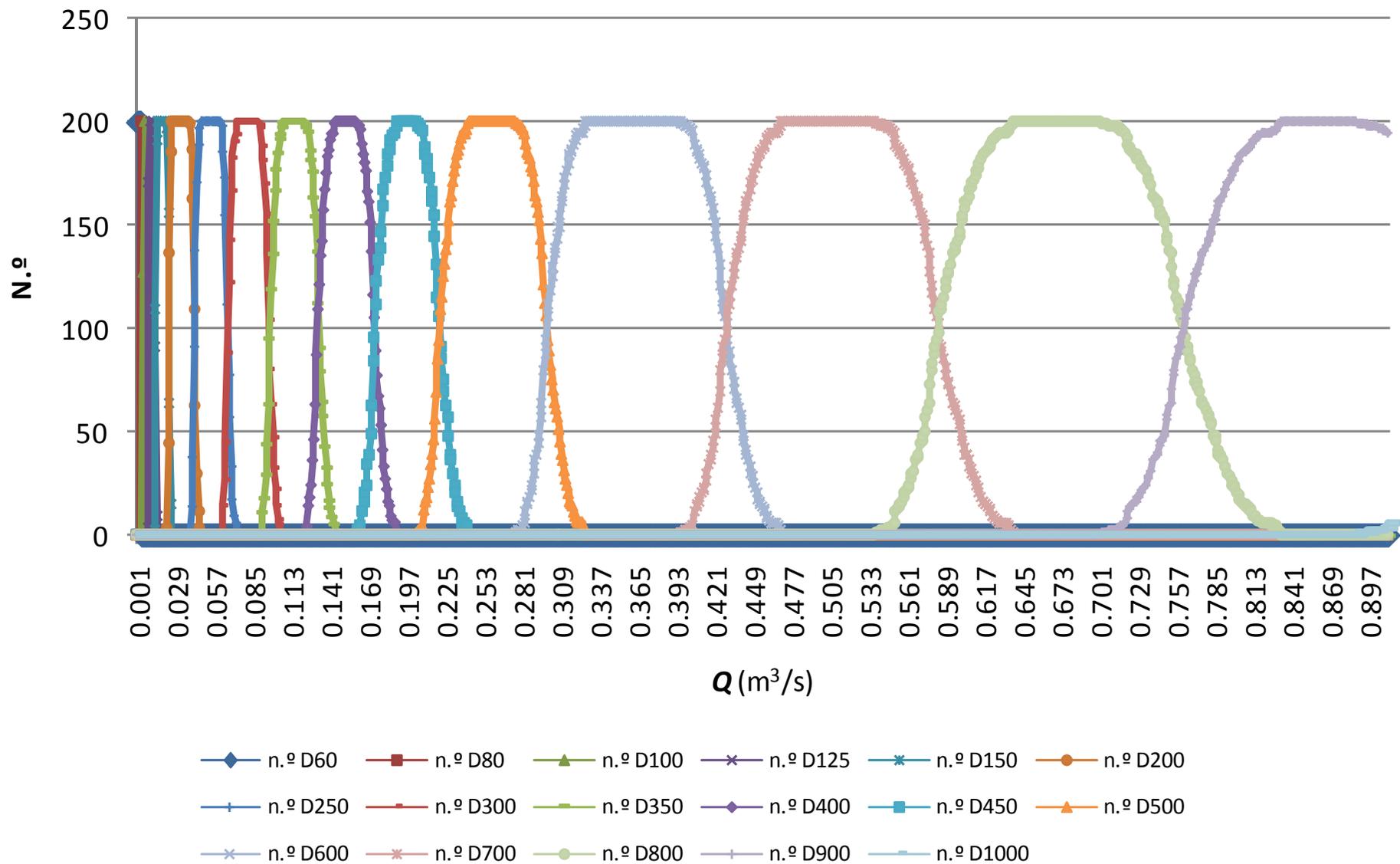
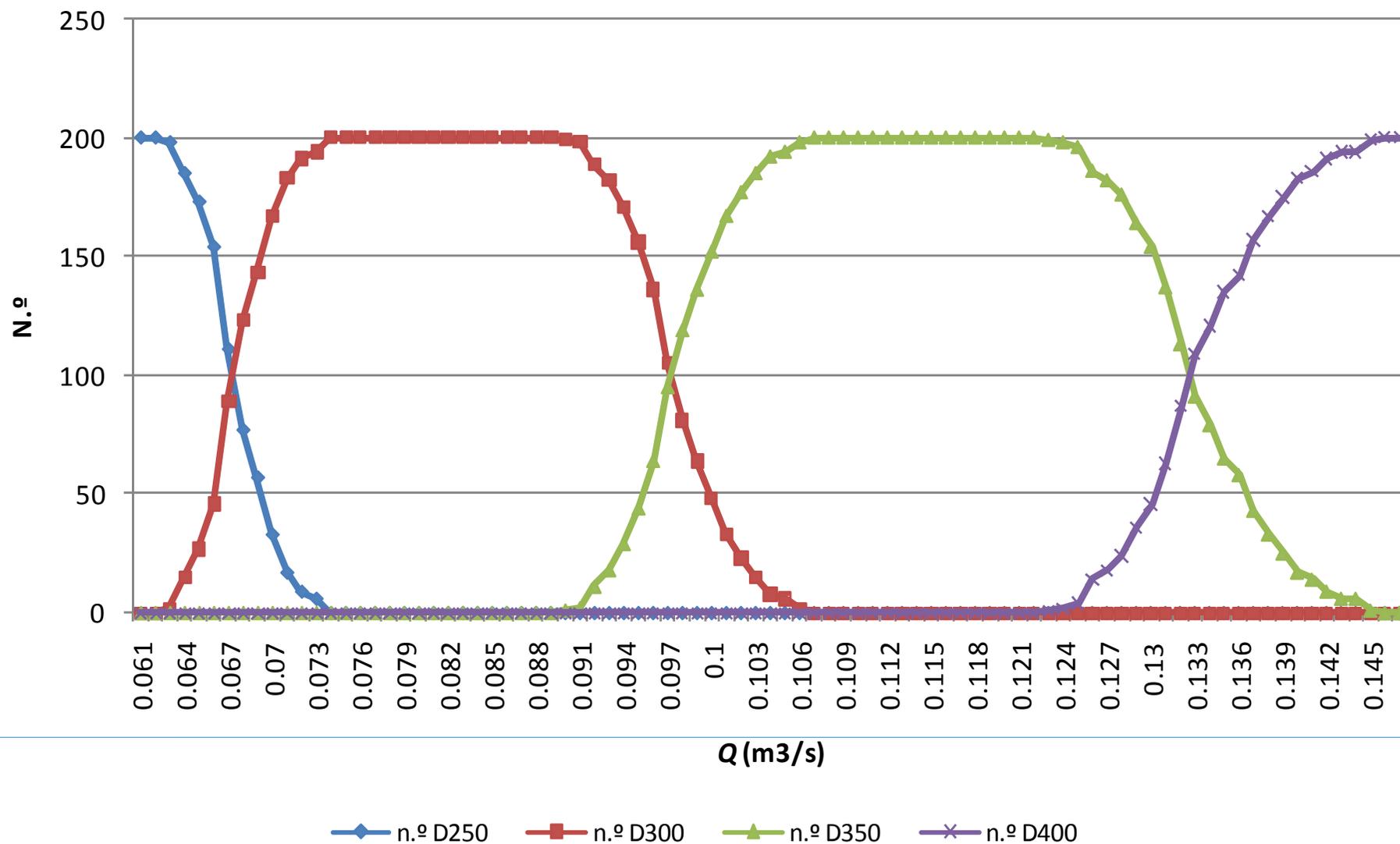


Figura 6 - Valores médios do diâmetro óptimo e limites definidos por  $\mu \pm \sigma$  versus caudal de projecto após 200 simulações do preço da energia

Para cada valor do caudal de projecto pode contabilizar-se os diâmetros comerciais mais indicados no conjunto das 200 simulações do valor do preço da energia.



Pormenor o número de vezes em que alguns diâmetros comerciais (250, 300, 350 e 400 mm) são os mais indicados em função do caudal de projecto.



## 7.3 - Definição de fórmula de pré-dimensionamento

A execução do programa de cálculo para os diversos caudais de projecto, desde  $1 \times 10^{-3}$  a  $3,5 \text{ m}^3/\text{s}$  disponibiliza um conjunto de valores médios que analisados e tratados com uma ferramenta matemática de regressão não-linear, permite a obtenção duma expressão de aproximação ao diâmetro de adutoras

$$D = 0,97Q^{0,48}$$

$D$  - Diâmetro de cálculo (m);  $Q$  - Caudal de projecto ( $\text{m}^3/\text{s}$ )

## 8 - Conclusões

Divulgou-se um procedimento que permite dimensionar de forma otimizada condutas adutoras gravíticas, em especial quando inseridas em aproveitamentos hidroeléctricos, admitindo a incerteza inerente aos elementos base, como o preço do kWh;

O procedimento permite a análise dos efeitos nos resultados da admissão da incerteza associada aos elementos base.

*Um dia,  
mais cedo do que se estima,  
Saberemos incluir nos processos de concepção  
e de dimensionamento dos sistemas de  
utilização da água  
os critérios de decisão utilizados na prática  
então geriremos racional e otimizada a  
água disponível.*